Отзыв на автореферат

диссертации Савастеева Дениса Владимировича
«Некоторые вопросы качественной теории эллиптических уравнений на стратифицированных множествах», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.02 — дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Диссертация Д. В. Савастеева посвящена изучению свойств решений дифференциальных уравнений второго порядка на стратифицированных множествах. Построение теории дифференциальных уравнений на стратифицированных множествах можно рассматривать как создание унифицированного подхода к задачам, в которых неизвестные функции заданы в нескольких смежных областях, лежащих на поверхностях разной размерности, являются решениями соответствующих этим областям дифференциальных уравнений и удовлетворяют согласованным граничным условиям на общих границах смежных областей.

Полученные в диссертации результаты показывают, что многие известные факты классической теории дифференциальных уравнений в частных производных имеют аналоги в строящейся теории.

Одним из наболее интересных результатов, полученных Д. В. Савастеевым и представленных в его диссертации, является теорема об устранимости особенностей для решений эллиптического уравнения с так называемым «мягким» лапласианом на стратифицированном множестве. Как и в классическом случае решения такого уравнения в диссертации называются гармоническими функциями.

Задачи об устранимых особенностях для решений уравнений с частными производными стали классическими и традиционно привлекают внимание большого числа исследователей.

Первый результат о стирании особенности у классических гармонических функций двух действительных переменных был получен Б. Риманом в его докторской диссертации 1851 г. В этой же работе Б. Риман сформулировал без строгого доказательства теорему о стирании для аналитической функции особенностей, расположенных на дуге кривой, на которой сама функция только непрерывна. Позже в работе 1888 г. П. Пенлеве показал что, теорема о стирании особенностей для указанных функций справедлива при условии спрямляемости дуги, которое, по-видимому, неявно подразумевалось Б. Риманом. В этой же работе П. Пенлеве установил устранимость компактов нулевой длины (по Хаусдорфу) для ограниченных аналитических функций.

Задачи об устранимых особенностях для аналитических (голоморфных) функций исследовались также в работах В. Осгуда (1896), Д. Помпейю (1905), П. Монтеля (1907, 1913), А. Данжуа (1909), Ш.-Ж. Валле-Пуссена (1910), В. В. Голубева (1916, 1961), Г. Радемахера (1919), В. С. Фёдорова (1919), Т. Радо (1924), А. Безиковича (1931), Л. Альфорса (1947), Л. Альфорса, А. Берлинга (1950), А. Г. Витушкина (1959, 1964), Е. П. Долженко (1963, 1964), Дж. Гарнетт (1970, 1972), Л. Д. Иванова (1975, 1994), Ю. Ю. Трохимчука (1992), Х. Кармоны, Х. Донэра (1993), П. Маттилы (1995), М. С. Мельникова (1995, 2001), Г. Давида (1998, 2000), А. Бжорн (2003), Х. Толсы (2003), Дж. Дудзиак (2010), Е. М. Чирки (2016) и др.

Получившая в математической литературе название «проблемы П. Пенлеве» задача об описании компактов, устранимых для ограниченных аналитических функций, была полностью решена в работе Х. Толсы 2003 г. в терминах кривизны меры.

Голоморфные функции, как решения уравнения Коши — Римана, являются частным случаем решений более общих уравнений — уравнений Бельтрами. Пространственным аналогом решений уравнений Бельтрами являются классы отображений с ограниченным искажением (называемые в зарубежной математической литературе также квазирегулярными отображениями).

Проблемы устранимости особенностей для плоских и пространственных отображений с ограниченным искажением (в частности, квазиконформных отображений) рассматривались в работах Л. Альфорса (1954), К. Штребеля (1955), И. Н. Песина (1956), Ф. Геринга (1960), Б. В. Шабата (1960), Ю. Вяйсяля (1969), В. М. Миклюкова (1969), В. А. Зорича (1970), О. Мартио, С. Рикмана, Ю. Вяйсяля (1970), А. П. Копылова, И. Н. Песина (1970), Е. А. Полецкого (1973), С. К. Водопьянова, В. М. Гольдштейна (1975, 1977), С. К. Водопьянова, В. М. Гольдштейна, Ю. Г. Решетняка (1979), Т. Иванца (1982, 1992), Ю. Г. Решетняка (1982, 1989), В. М. Гольдштейна, Ю. Г. Решетняка (1983, 1990), М. Вуоринена (1988), П. Коскелы, О. Мартио (1990), Н. С. Даирбекова (1992), П. Жарви, М. Вуоринена (1992), Т. Иванца, Г. Мартина (1993, 2001), С. Рикмана (1993, 1995), К. Асталы (1994), О. Мартио (2000), О. Мартио, В. И. Рязанова, Ю. Сребро, Э. Х. Якубова (2004, 2009), А. Клопа (2007), К. Асталы, А. Клопа, Д. Матеу, Д. Оробича, И. Уриате-Туеро (2008), К. Асталы, Т. Иванца, Г. Мартина (2009), В. Я. Гутлянского, В. И. Рязанова, Ю. Сребро, Э. Х. Якубова (2012) и др.

В работах К. Асталы 1994 г. для $d < n/(K+1)$ и К. Асталы, А. Клопа, Д. Матеу, Д. Оробича, И. Уриате-Туеро 2008 г. для $d = n/(K+1)$ было доказано, что любое множество, имеющее нулевую хаусдорфову d-меру, является устранимым для плоских ($n = 2$) ограниченных K-квазирегулярных отображений. Это утверждение долгое время оставалось гипотезой, а аналогичная гипотеза для пространственных ($n \geq 3$) отображений с ограниченным искажением еще требует своей проверки.

Результаты об устранимости особенностей для классических гармонических функций в терминах мер Хаусдорфа были получены в работах Л. Карлесона (1963), Е. П. Долженко (1964), Х. Вердера (1987), Д. Матеу, Д. Оробича (1990), Д. Ульриха (1991) и др. Результаты по устранимости особенностей для более общих или других уравнений и неравенств в частных производных и их систем содержатся в работах следующих авторов (список не претендует на полноту)

Л. Берс (1951), С. Бохнер (1956), Д. Гилбарг, Дж. Серрин (1958), Дж. Серрин (1964), В. Литман (1967), Р. Харви, Дж. Полкинг (1970, 1972), Й. Крал (1973, 1984, 1991), Р. Харви (1974), В. Г. Мазья (1975), Р. Кауфман, Дж.-М. Ву (1980), Г. Анцеллотти (1981), Дж. Полкинг (1984), Н. Н. Тарханов (1985, 1987, 1991), А. М. Кытманов (1987), Н. С. Даирбеков (1993), Х. Брезис, Л. Ниренберг (1997), А. В. Покровский (2001, 2004–2009), Т. Килпилайнен, К. Жонг (2002), Ф. Николиси, И. В. Скрыпник, И. И. Скрыпник (2003), И. И. Скрыпник (2003, 2005, 2008, 2013, 2014, 2016), П. Ютинен, П. Линдквист (2004, 2005), С. К. Водопьянов, А. Д. Ухлов (2010), Т. Иванец, Я. Оннинен (2010) и многие др.

Тем самым выбранная в диссертации тематика по качественной теории эллиптических уравнений на стратифицированных множествах имеет глубокие классические корни и является современной и актуальной. Полученная Д. В. Савастеевым теорема об устранимости особенностей для гармонических функций на стратифицированных множествах носит пионерской характер и открывает новое направление в этой теории. Эта теорема и разработанный для ее получения аппарат вносят весомый вклад в теорию дифференциальных уравнений на стратифицированных множествах и предоставляют новые возможности для использования этой теории в прикладных задачах.

Считаю, что диссертация Д. В. Савастеева отвечает всем требованиям Положения о присуждении ученых степеней, предъявляемым к кандидатским диссертациям по специальности 01.01.02 — дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, а ее автор заслуживает присвоения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по указанной специальности.

Егоров Александр Анатольевич,
кандидат физико-математических наук по специальности 01.01.01 — вещественный, комплексный и функциональный анализ, доцент,
старший научный сотрудник лаборатории геометрической теории управления ФГБУН Института математики им. С.Л.Соболева Сибирского отделения Российской академии наук и
доцент кафедры высшей математики физического факультета ФГАОУ ВО «Новосибирского национального исследовательского государственного универститета»
Почтовый адрес: ИМ СО РАН, пр. Академика Коптюга, 4, Новосибирск, 630090
Рабочий телефон: 8 (383) 329–75–93
Электронная почта: yegorov@math.nsc.ru

30.01.2017 /Егоров Александр Анатольевич/

Подпись Егорова А.А.
удостоверяю
Зав. оргтделом Н.З. Киндалева
ИМ СО РАН
«30» января 2017 г.